جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
مدیریت آموزش و پرورش شهرستان شاهین دژ

آزمون تحلیلی مفهومی درس **ریاضی ۳**
زمان پاسخگویی: ۹۰ دقیقه
شروع فرآیند ارزشیابی: ساعت ۱۱/۲۰

تعداد سوالات: ۱۰ سوال (۱ صفحه)
تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۹/۱۱
نام و نام‌خانوادگی: ----------
شماره کلاس: ----------

ویژه ۱۴۰۳ کنکور

۱- تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{۱}{۲}x-\frac{۳}{۲} & ۲x-۵\geq ۰\\ -۲x^۲+mx-۲۱ & ۲x-۵<۰\end{cases}$ روی دامنه تعریف خود وارون پذیر است. به ازای مقدار صحیح m مقدار $f^{-۱}(-۳)$ را به دست آورید. (۲/۵ نمره)

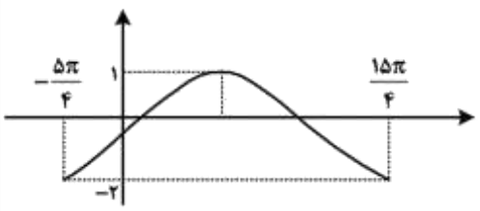
۲- توابع $f:R\to R$ و $g:R\to R$ و $h:R\to R$ هر سه توابعی صعودی هستند. اگر برای هر $x\in R$ داشته باشیم:

$f(x)\leq g(x)\leq h(x)$ درستی نامساوی $f(f(x))\leq g(g(x))\leq h(h(x))$ را بررسی کنید. (۲/۵ نمره)

۳- اگر تابع f یک چندجمله‌ای باشد و داشته باشیم $(fof)(x)=x^۲(f(x)-۱)$، ضابطه $f(x)$ را بیابید. (۲ نمره)

۴- فاصله نقطه تقاطع تابع $y=x^۳+۳x-۱۲$ با وارون خود از مبدا مختصات را به دست آورید؟ (۲ نمره)

۵- در یک بازه تناوب نمودار تابع $f(x)=a\,sin^۲(x)\left(-bx+\frac{\pi}{۴}\right)+c$ در شکل زیر داده شده است. مقدار abc را به دست آورید. (۲ نمره)



۶- جواب عمومی معادله مثلثاتی $\sqrt{۳}\sin(x)+\cos(x)-۱=۰$ را به دست آورید. (۲ نمره)

۷- با در نظر گرفتن اتحاد $\sin(۲\alpha)=۲\sin(\alpha)\cos(\alpha)$ و مفهوم حد نشان دهید:

(۲/۵ نمره)

$$\frac{۲}{\pi}=\cos\left(\frac{\pi}{۴}\right)\cos\left(\frac{\pi}{۸}\right)\cos\left(\frac{\pi}{۱۶}\right)\ldots$$

۸- در یک معادله مثلثاتی

$$۳\sin(x)-\sqrt{۳}\cos(x)+m\sin\left(۲x+\frac{\pi}{۶}\right)=۱$$

اگر $\sin\left(x-\frac{\pi}{۶}\right)=\frac{۱}{\sqrt{۳}}$ باشد، مقدار m را بیابید. (۲ نمره)

۹- فرض کنید تابع $y=f(x)$ روی اعداد حقیقی بزرگتر از -۱ تعریف شده باشد، به طوریکه $\frac{f(x)}{x}$ روی بازه‌های $(۰,+\infty)$ و $(-۱,۰)$ اکیداً صعودی است و همچنین:

$$f\big(x+f(y)+xf(y)\big)=y+f(x)+yf(x)$$

ضابطه تابع $y=f(x)$ را بیابید.(**راهنمایی:** شرط $\frac{f(x)}{x}$ روی بازه‌های $(۰,+\infty)$ و $(-۱,۰)$ اکیداً صعودی است، بیانگر این است که $f(x)=x$ تنها سه جواب روی بازه‌های بیان شده دارد. جوابهای قابل قبول را در ضابطه قرار دهید). (۲/۵ نمره)

موفق باشید، اوج بک