

رویه های درجه دوم

رویه به معادله $ax^2 + by^2 + cz^2 + dx + ey + fz + g = 0$ را رویه درجه دوم می نامیم. در ادامه فرض بر اینست که:

$$F(x, y, z) = ax^2 + by^2 + cz^2 + dx + ey + fz + g$$

اکنون دستگاهی به شرح زیر در نظر می گیریم:

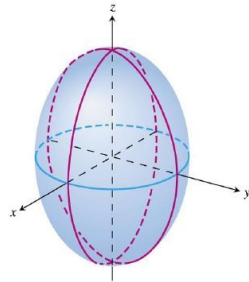
$$\begin{cases} 2ax + d = 0 \\ 2by + e = 0 \\ 2cz + f = 0 \end{cases}$$

با فرض اینکه (x_0, y_0, z_0) جوابی از این دستگاه باشد؛ معادله به یکی از صورت های نرمال زیر خواهد بود:

رویه بیضیگون است هرگاه: a, b, c همعلامت، $F(x_0, y_0, z_0)$ با a همعلامت باشد.

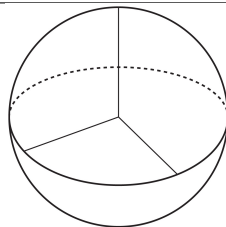
$$\frac{(x - x_0)^2}{\alpha^2} + \frac{(y - y_0)^2}{\beta^2} + \frac{(z - z_0)^2}{\gamma^2} = 1$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{-F(x_0, y_0, z_0)}{a}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{-F(x_0, y_0, z_0)}{b}}, \quad \gamma = \sqrt{\frac{-F(x_0, y_0, z_0)}{c}}$$



رویه کره است، هرگاه $a = b = c$ باشد. در این صورت: $\alpha = \beta = \gamma$

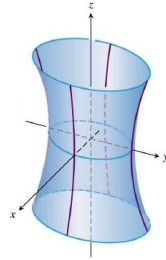
$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$



رویه هذلولیگون یکپارچه است هرگاه: $a, b > 0, c < 0, F(x_0, y_0, z_0) < 0$

$$\frac{(x - x_0)^2}{\alpha^2} + \frac{(y - y_0)^2}{\beta^2} - \frac{(z - z_0)^2}{\gamma^2} = 1$$

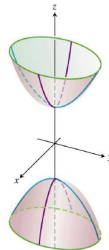
$$\alpha = \sqrt{\frac{-F(x_0, y_0, z_0)}{a}}, \beta = \sqrt{\frac{-F(x_0, y_0, z_0)}{b}}, \gamma = \sqrt{\frac{F(x_0, y_0, z_0)}{c}}$$



رویه هذلولیگون دوپارچه است هرگاه: $a, b > 0, c < 0, F(x_0, y_0, z_0) > 0$

$$-\frac{(x - x_0)^2}{\alpha^2} - \frac{(y - y_0)^2}{\beta^2} + \frac{(z - z_0)^2}{\gamma^2} = 1$$

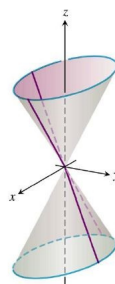
$$\alpha = \sqrt{\frac{F(x_0, y_0, z_0)}{a}}, \beta = \sqrt{\frac{F(x_0, y_0, z_0)}{b}}, \gamma = \sqrt{\frac{-F(x_0, y_0, z_0)}{c}}$$



رویه مخروط است هرگاه: $a, b > 0, c < 0, F(x_0, y_0, z_0) = 0$

$$\frac{(x - x_0)^2}{\alpha^2} + \frac{(y - y_0)^2}{\beta^2} = \frac{(z - z_0)^2}{\gamma^2}$$

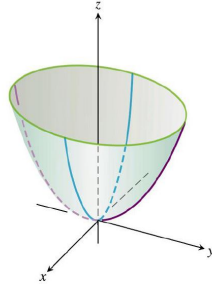
$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{a}}, \beta = \sqrt{\frac{1}{b}}, \gamma = \sqrt{-\frac{1}{c}}$$



رویه سهمیگون بیضوی است هرگاه: $a, b > 0, c = 0, f < 0$

$$z - z_0 = \frac{(x - x_0)^2}{\alpha^2} + \frac{(y - y_0)^2}{\beta^2}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{-f}{a}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{-f}{b}}$$



رویه سهمیگون هذلولی است هرگاه: $a > 0, b < 0, c = 0, f < 0$

$$z - z_0 = \frac{(x - x_0)^2}{\alpha^2} - \frac{(y - y_0)^2}{\beta^2}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{-f}{a}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{f}{b}}$$

