رویه های درجه دوم

رویه به معادله $ax^۲ + by^۲ + cz^۲ + dx + ey + fz + g = ۰$ را رویه درجه دوم می نامیم. در ادامه فرض بر اینست که:

$F(x, y, z) = ax^۲ + by^۲ + cz^۲ + dx + ey + fz + g$

اکنون دستگاهی به شرح زیر در نظر می گیریم:

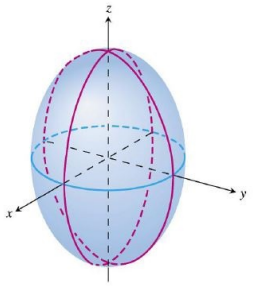
$$\begin{cases} ۲ax + d = ۰ \\ ۲by + e = ۰ \\ ۲cz + f = ۰ \end{cases}$$

با فرض اینکه $(x_۰, y_۰, z_۰)$ جوابی از این دستگاه باشد؛ معادله به یکی از صورت های نرمال زیر خواهد بود:

رویه بیضیگون است هرگاه: a, b, c همعلامت، $F(x_۰, y_۰, z_۰)$ با a همعلامت باشد.

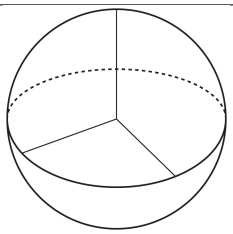
$$\frac{(x - x_۰)^۲}{\alpha^۲} + \frac{(y - y_۰)^۲}{\beta^۲} + \frac{(z - z_۰)^۲}{\gamma^۲} = ۱$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{-F(x_۰, y_۰, z_۰)}{a}} \ , \ \beta = \sqrt{\frac{-F(x_۰, y_۰, z_۰)}{b}} \ , \ \gamma = \sqrt{\frac{-F(x_۰, y_۰, z_۰)}{c}}$$



رویه کره است، هرگاه $a = b = c$ باشد. در این صورت: $\alpha = \beta = \gamma$

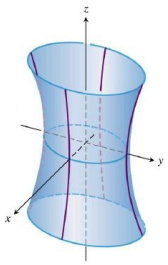
$$(x - x_۰)^۲ + (y - y_۰)^۲ + (z - z_۰)^۲ = R^۲$$



رویه هذلولیگون یکپارچه است هرگاه: $a,b>۰,c<۰,F(x_۰,y_۰,z_۰)<۰$

$$\frac{(x-x_۰)^۲}{\alpha^۲}+\frac{(y-y_۰)^۲}{\beta^۲}-\frac{(z-z_۰)^۲}{\gamma^۲}=۱$$

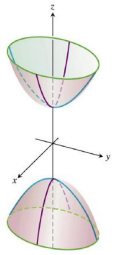
$$\alpha=\sqrt{\frac{-F(x_۰,y_۰,z_۰)}{a}}\ ,\ \beta=\sqrt{\frac{-F(x_۰,y_۰,z_۰)}{b}}\ ,\ \gamma=\sqrt{\frac{F(x_۰,y_۰,z_۰)}{c}}$$



رویه هذلولیگون دوپارچه است هرگاه: $a,b>۰,c<۰,F(x_۰,y_۰,z_۰)>۰$

$$-\frac{(x-x_۰)^۲}{\alpha^۲}-\frac{(y-y_۰)^۲}{\beta^۲}+\frac{(z-z_۰)^۲}{\gamma^۲}=۱$$

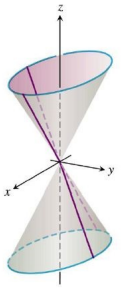
$$\alpha=\sqrt{\frac{F(x_۰,y_۰,z_۰)}{a}}\ ,\ \beta=\sqrt{\frac{F(x_۰,y_۰,z_۰)}{b}}\ ,\ \gamma=\sqrt{\frac{-F(x_۰,y_۰,z_۰)}{c}}$$



رویه مخروط است هرگاه: $a,b>۰,c<۰,F(x_۰,y_۰,z_۰)=۰$

$$\frac{(x-x_۰)^۲}{\alpha^۲}+\frac{(y-y_۰)^۲}{\beta^۲}=\frac{(z-z_۰)^۲}{\gamma^۲}$$

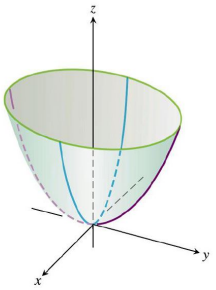
$$\alpha=\sqrt{\frac{۱}{a}}\ ,\ \beta=\sqrt{\frac{۱}{b}}\ ,\ \gamma=\sqrt{-\frac{۱}{c}}$$



رویه سهمیگون بیضوی است هرگاه: $a,b>۰, c=۰, f<۰$

$$z-z_۰=\frac{(x-x_۰)^۲}{\alpha^۲}+\frac{(y-y_۰)^۲}{\beta^۲}$$

$$\alpha=\sqrt{\frac{-f}{a}}\ ,\ \beta=\sqrt{\frac{-f}{b}}$$



رویه سهمیگون هذلولی است هرگاه: $a>۰, b<۰, c=۰, f<۰$

$$z-z_۰=\frac{(x-x_۰)^۲}{\alpha^۲}-\frac{(y-y_۰)^۲}{\beta^۲}$$

$$\alpha=\sqrt{\frac{-f}{a}}\ ,\ \beta=\sqrt{\frac{f}{b}}$$

